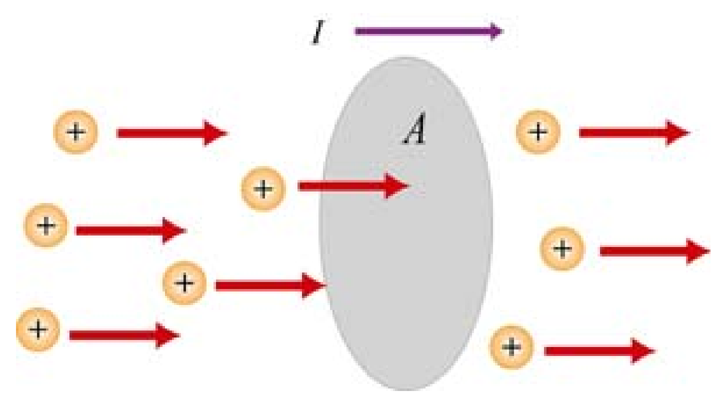
Corrente Elétrica

Definição de corrente elétrica

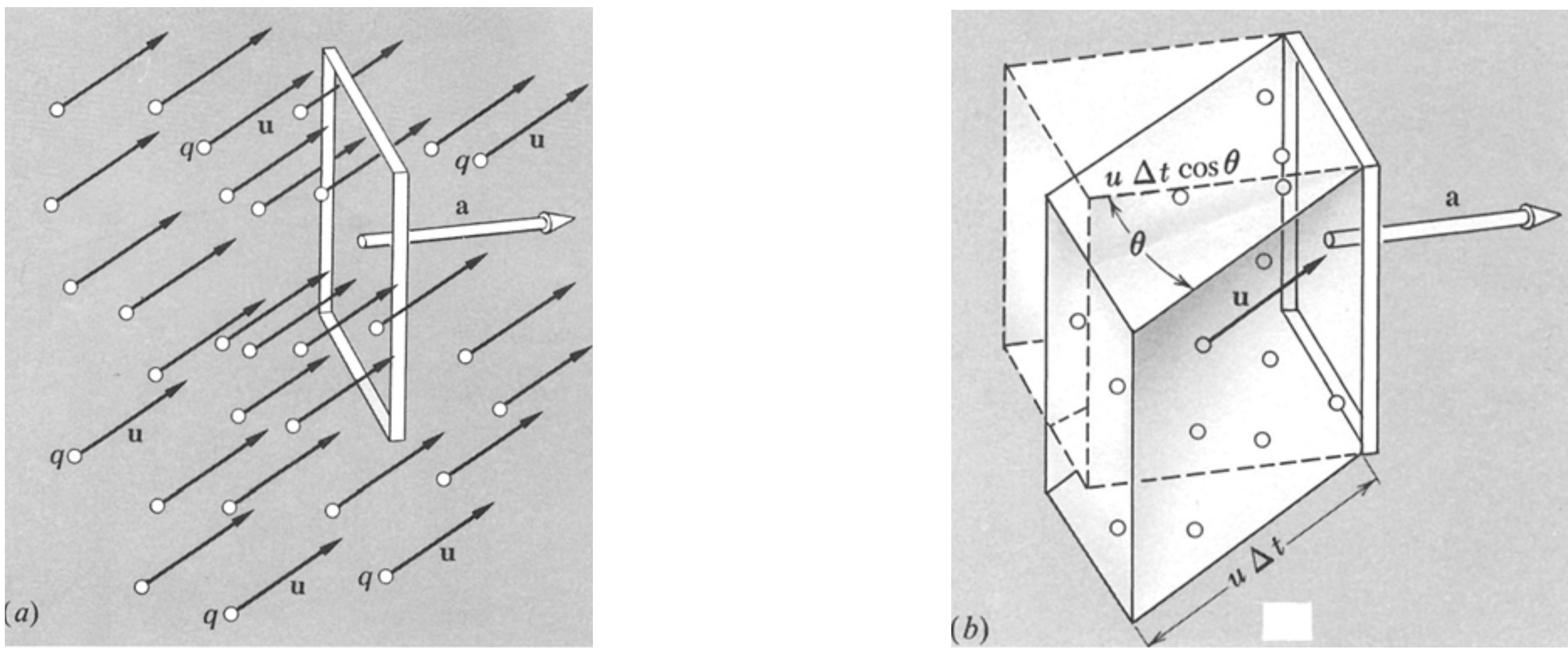


$$i = \frac{dq}{dt}$$

Carga elétrica que atravessa uma seção reta do fio condutor por unidade de tempo.

Unidades: C/s = A (Ampère)

Definição de corrente elétrica

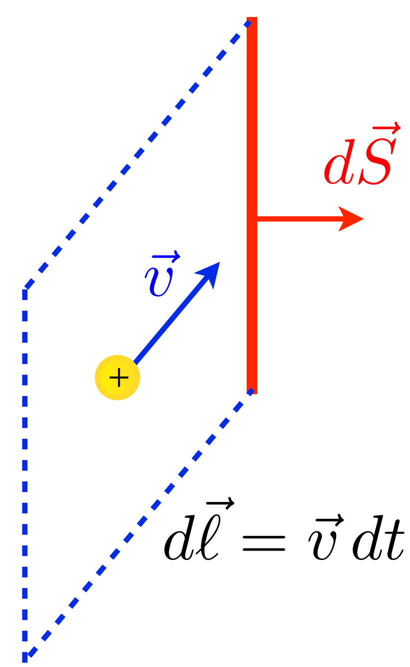


$$i = \frac{dq}{dt}$$

Carga elétrica que atravessa a seção reta A por unidade de tempo.

Fluxo e o vetor densidade de corrente elétrica

Considere que os portadores de carga se movimentam com velocidade média $\vec{v}$



As partículas que passam por dS em dt são, apenas, as que estão contidas no prisma oblíquo de base dS e aresta vdt.

O volume deste prisma é dado por $\boxed{dV = dS\,vdt\,cos(\theta)}$

Densidade de corrente elétrica

Considere que a densidade de carga por unidade de volume é ρ

$$dq = \rho dV = \rho\, dS\, vdt\, cos(\theta) = \rho\, d\vec{S} \cdot \vec{v}\, dt$$

Portanto,

$$i = \frac{dq}{dt} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{S}$$

Definimos o vetor densidade de corrente elétrica $\vec{j} = \rho \vec{v}$

Consequentemente, a corrente elétrica que atravessa a área infinitesimal $d\vec{S}$

$$di = \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

A corrente que flui através de uma área S é dada por $\boxed{i = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}}$

Vetor densidade de corrente

Chamando de n a densidade (número) de portadores por unidade de volume

$$\rho = nq$$

densidade de carga

carga dos portadores

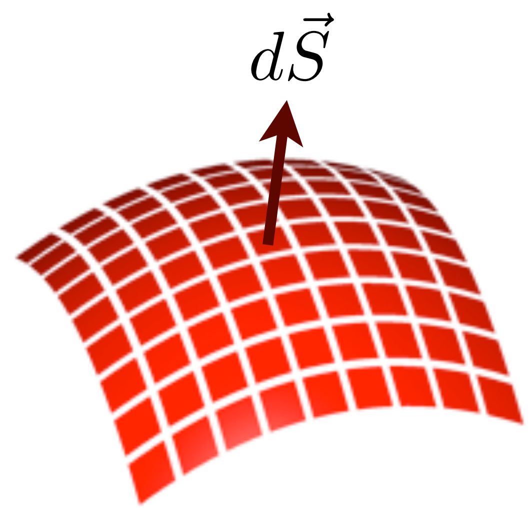
densidade de portadores

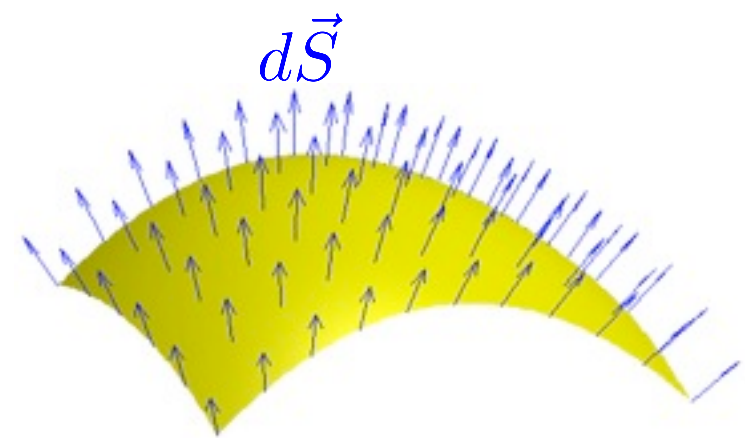
O vetor densidade de corrente elétrica pode ser reescrito como $\vec{j} = n\,q\,\vec{v}$

Generalização

$$\vec{j} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i$$

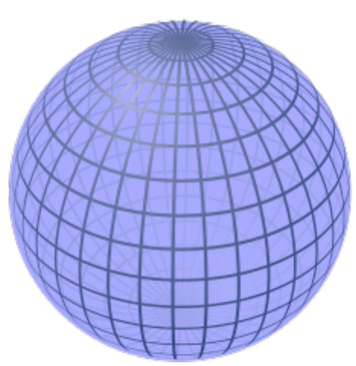
Conservação de carga





$$I_S = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \qquad \frac{dq}{dt}|_S = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

A carga total dentro de um volume V delimitado por uma superfície fechada S



$$q = \int_V \rho \, dV \quad \Rightarrow \quad \frac{dq}{dt} = \int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV$$

carga que sai do volume V
por unidade de tempo

A conservação de carga impõe que: $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$

Variação da carga
no volume V

Equação de continuidade

Conservação de carga

(o que sai corresponde a redução dentro)

$$\boxed{\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\int_V \left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dV}$$

Utilizando o teorema de Gauss: $\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \int_V \nabla \cdot \vec{F}\, dV$

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

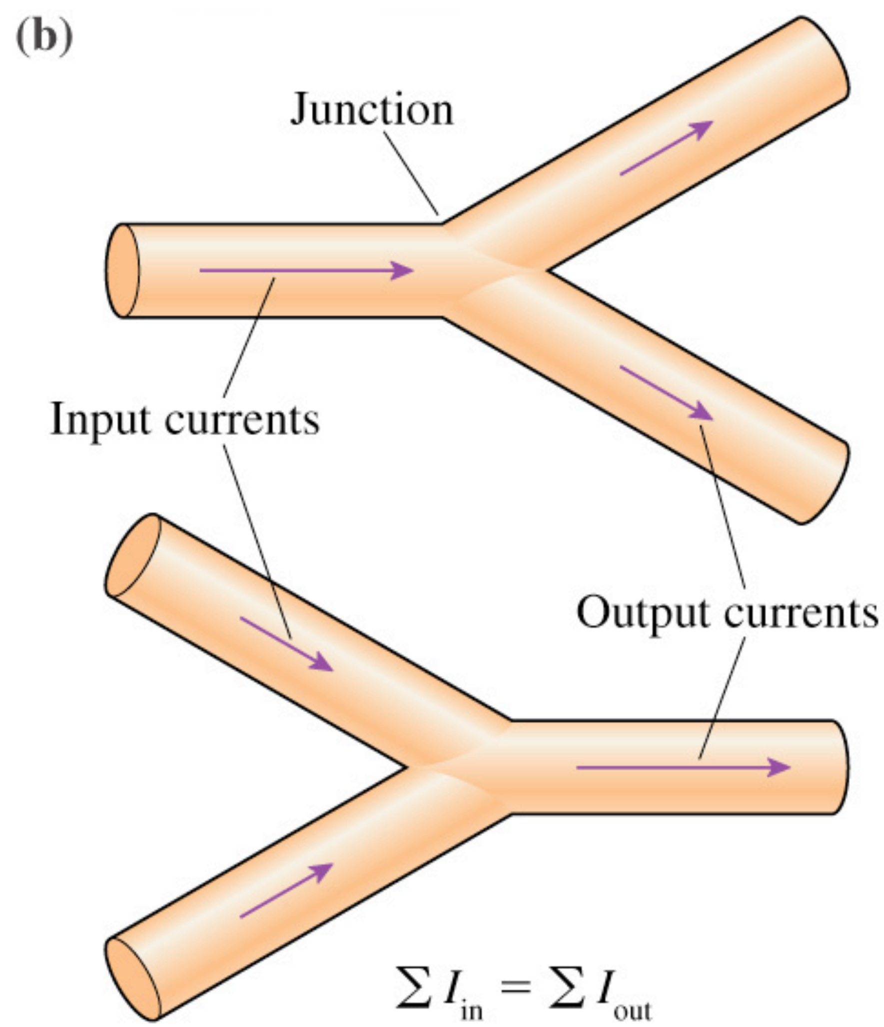
Equação de continuidade

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

Forma local

Conservação de carga

Lei dos nós



Soma das correntes que entram é igual a soma das correntes que saem

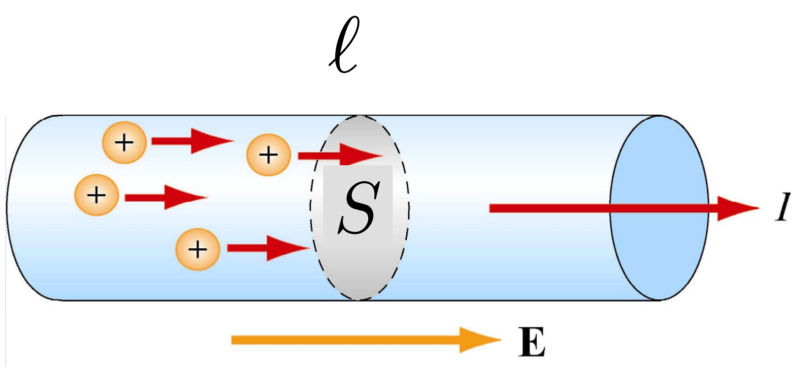
Condutividade elétrica e a Lei de Ohm

A aplicação de um campo elétrico em um condutor causa o aparecimento de uma corrente elétrica.

j é linearmente proporcional ao campo aplicado E

Para campos elétricos relativamente pequenos $\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$

Condutividade elétrica do material



$$dV = V_A - V_B = \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E\, d\ell$$

$$i_S = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = jS = \sigma E\, S \;\Rightarrow\; E = \frac{i}{\sigma S} \;\Rightarrow\; dV = \frac{i}{\sigma S} d\ell$$

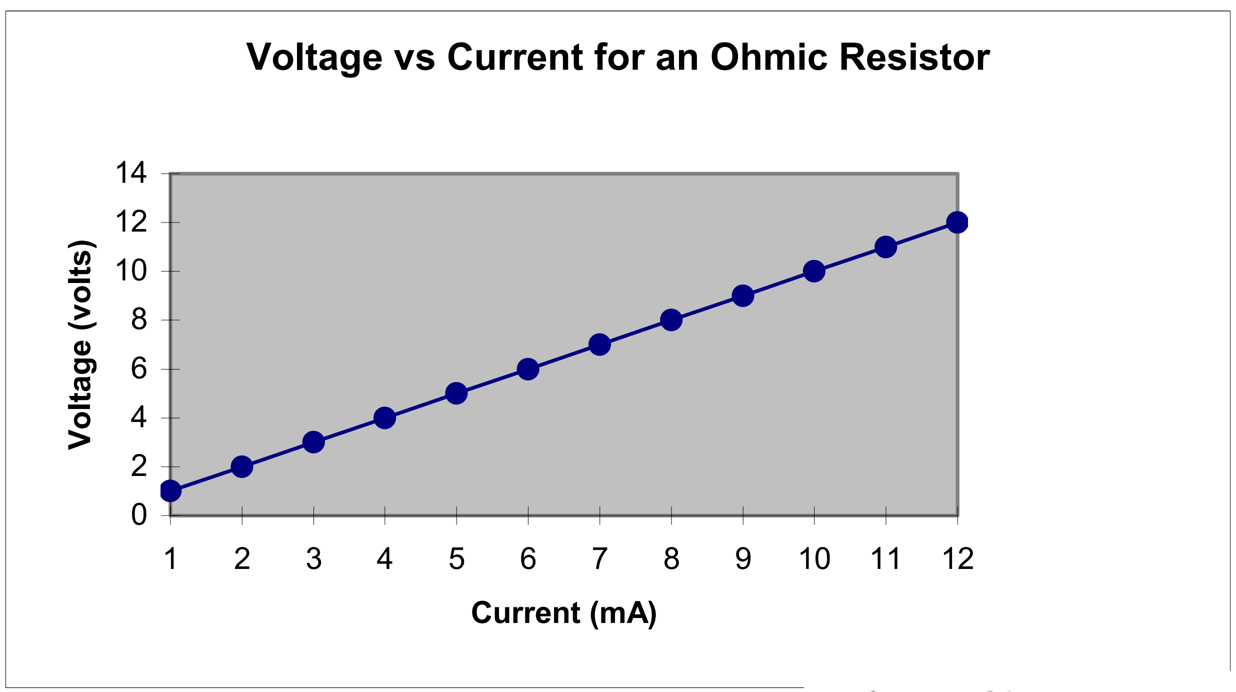
$$V = \frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{S} i = \rho \frac{\ell}{S} i \quad \text{onde} \quad \rho = \frac{1}{\sigma}$$

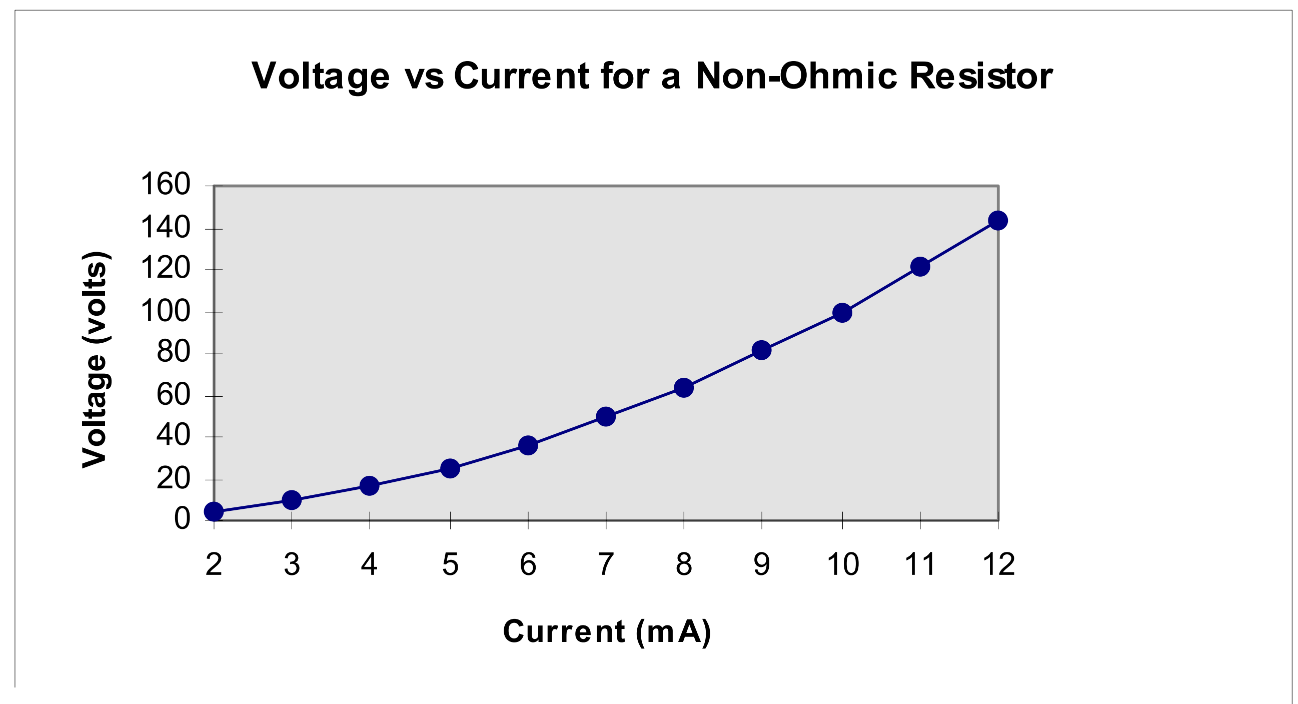
Resistividade elétrica do material

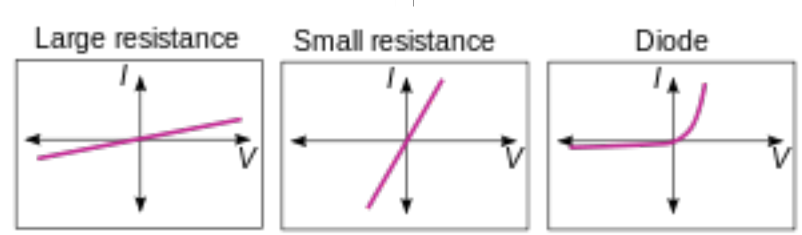
Condutividade elétrica e a Lei de Ohm

Escrevendo $V = V_A - V_B = Ri$ obtemos: $\boxed{R = \rho \frac{\ell}{S}}$

Lei de Ohm







Nota: a resistividade depende da temperatura $\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha(T - T_0)\right]$

Resistividade e condutividade elétrica de alguns materiais

Material	Resistivity ρ $(\Omega\cdot\mathrm{m})$	Conductivity σ $(\Omega\cdot\mathrm{m})^{-1}$	Temperature Coefficient α $(°\mathrm{C})^{-1}$
Elements Silver	1.59×10^{-8}	6.29×10^{7}	0.0038
Copper	1.72×10^{-8}	5.81×10^{7}	0.0039
Aluminum	2.82×10^{-8}	3.55×10^{7}	0.0039
Tungsten	5.6×10^{-8}	1.8×10^{7}	0.0045
Iron	10.0×10^{-8}	1.0×10^{7}	0.0050
Platinum	10.6×10^{-8}	1.0×10^{7}	0.0039
Alloys Brass	7×10^{-8}	1.4×10^{7}	0.002
Manganin	44×10^{-8}	0.23×10^{7}	1.0×10^{-5}
Nichrome	100×10^{-8}	0.1×10^{7}	0.0004
Semiconductors Carbon (graphite)	3.5×10^{-5}	2.9×10^{4}	-0.0005
Germanium (pure)	0.46	2.2	-0.048
Silicon (pure)	640	1.6×10^{-3}	-0.075
Insulators Glass	$10^{10}-10^{14}$	$10^{-14}-10^{-10}$	
Sulfur	10^{15}	10^{-15}	
Quartz (fused)	75×10^{16}	1.33×10^{-18}	

Efeito Joule

Para transportar uma carga dq através de uma d.d.p. V é necessário dispender uma quantidade de energia $dW = dq\,V$

$$dq = idt \;\Rightarrow\; dW = idtV \;\Rightarrow\; \frac{dW}{dt} = iV$$

Potência = quantidade de energia dispendida por unidade de tempo

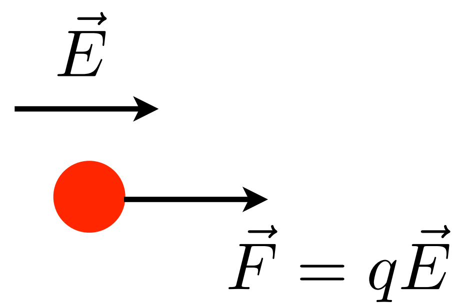
Como $V = Ri \;\Rightarrow\; \boxed{P = Vi}$ ou $\boxed{P = Ri^2}$ ou $\boxed{P = V^2/R}$

Unidades: Watt = 1V A

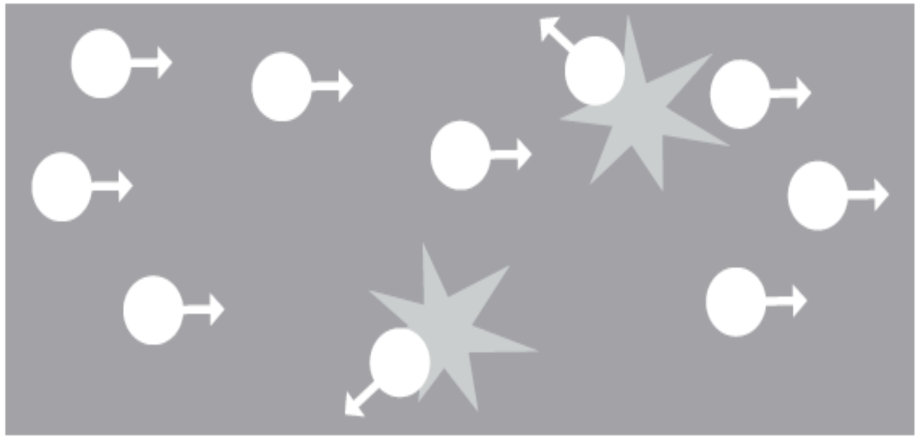
Se a corrente for constante $dP = idV$

Resistência elétrica: modelo

- Na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ os portadores de carga são acelerados por uma força $\vec{F} = q\vec{E}$.



- Resistência elétrica ocorre devido a espalhamentos eletrônicos com impurezas e/ou irregularidades no material; quanto mais são espalhados maior a resistência



Modelo

- Imediatamente depois de uma colisão, a direção e sentido da velocidade do portador é aleatória.

$$\langle \vec{v}_j^{dc} \rangle = 0$$

- Imediatamente antes de uma colisão o portador terá adquirido uma quantidade de movimento $\Delta\vec{p} = q\vec{E}\Delta t$

$$m\vec{v}_j^{ac} - m\vec{v}_j^{dc} = q\vec{E}t_j$$

tempo entre colisões sucessivas

$$\Rightarrow$$

$$m\langle\vec{v}\rangle = \frac{m}{N}\sum_j \vec{v}_j = q\vec{E}\left(\frac{1}{N}\sum_j t_j\right)$$

velocidade média adquirida pelos portadores em função do campo aplicado

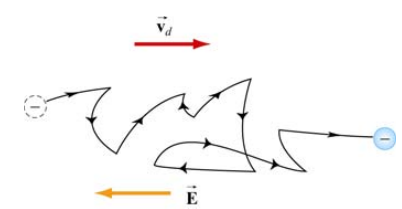
τ tempo médio entre colisões sucessivas

Condutividade

Sendo assim,

$$\boxed{\langle \vec{v} \rangle = \frac{q\tau}{m}\vec{E}}$$

velocidade média é proporcional
ao campo aplicado



No entanto,

$$\vec{j} = nq\,\langle \vec{v} \rangle \qquad \Rightarrow \qquad \vec{j} = \left(\frac{nq^2\tau}{m}\right)\vec{E}$$

Mas,

$$\vec{j} = \sigma\vec{E} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\sigma = \frac{nq^2\tau}{m}}$$

condutividade é proporcional ao
tempo médio entre colisões

Resistividade

Nos metais, $q = -e \; ; \quad m = m_e$

massa eletrônica

carga eletrônica

Medindo-se a resistividade $\boxed{\rho = \dfrac{1}{\sigma} = \dfrac{m_e}{ne^2\tau}}$ podemos estimar τ

e o livre caminho médio ℓ (espaço percorrido em média entre duas colisões)

$$\ell = v_F \tau$$

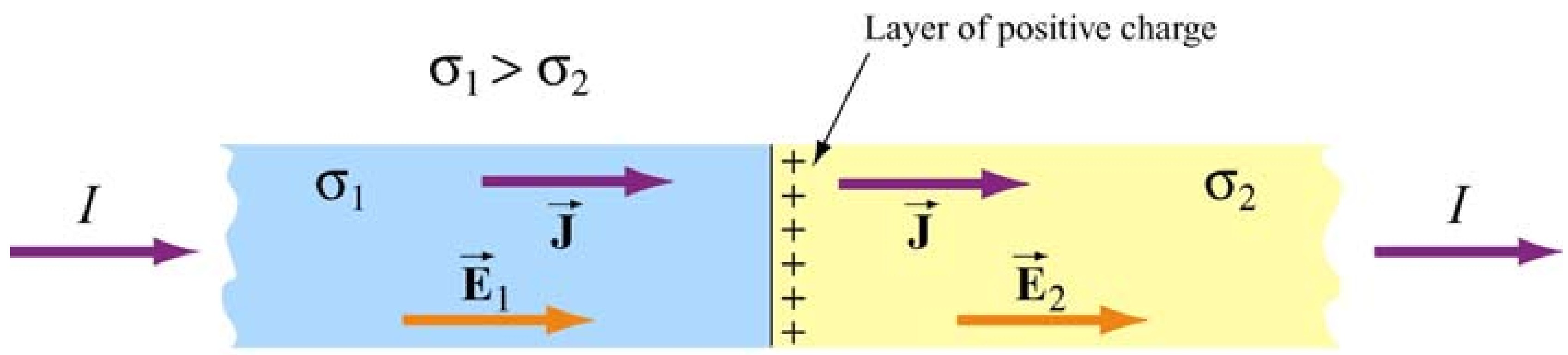
velocidade de Fermi

Cu (T~300K) $\ell \approx 10^2 a_0$

espaçamento atômico

Carga na interface

Dois condutores com condutividades distintas e com mesma área de seção reta



Continuidade da corrente elétrica: $i_1 = i_2 = I \;\Rightarrow\; j_1 A_1 = j_2 A_2 \;\Rightarrow\; j_1 = j_2 = J$

$$J = \sigma E \;\Rightarrow\; \sigma_1 E_1 = \sigma_2 E_2 \;\Rightarrow\; \boxed{E_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} E_1}$$

Usando a Lei de Gauss: $(E_2 - E_1)A = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \;\Rightarrow\; q_{int} = \epsilon_0 E_1 A(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1)$

Como $\quad J = \frac{I}{A} \;\Rightarrow\; E_1 = \frac{I}{A\sigma_1} \;\Rightarrow\; \boxed{q_{int} = \epsilon_0 I(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1})}$